

## Übungen zur Klausur Reellen Analysis

Alle Übungsaufgaben und zugehörige Definitionen sind relevant. Bei Gegenbeispielen sollte insbesondere klar sein *wogegen* diese ein Gegenbeispiel sind.

Besonderes Augenmerk sollte auch auf folgende Übungsaufgaben gelegt werden:

- Übung 1, Aufgabe 2
- Übung 2, Aufgaben 4, 5
- Übung 3, Aufgaben 9, 11, 12
- Übung 4, Aufgaben 13, 15, 16
- Übung 5, Aufgaben 20
- Übung 6, Aufgaben 21, 23
- Übung 7, Aufgaben 24, 25, 26, 27
- Übung 8, Aufgaben 30
- Übung 9, Aufgaben 32, 33, 34
- Übung 10, Aufgaben 37
- Übung 11, Aufgaben 43
- Übung 12, Aufgaben 45, 47

Insbesondere (nicht ausschließlich!) sollten folgende Themenbereiche verstanden sein:

- Fourier-koeffizienten
- Definition Maß, Borel-Maß, Radon-Maß, messbare Menge, messbare Funktion
- $\sigma$ -Algebra
- fast überall-Notation
- Integration von Treppenfunktionen
- Beispiel Maß, Borel-Maß, Radon-Maß, Nicht-Radon-Maß, messbare Menge, nicht-messbare Menge, messbare Funktion, nicht-messbare Funktion
- Definition Hausdorff-dimension, Konstruktion der Cantormenge, Beweis der Dimensionsabschätzung
- Beispiele für 0-dimensionale, 1-dimensionale Mengen und  $\frac{1}{2}$ -dimensionale Mengen (mit Beweis!)
- Wann ist  $\mu = \nu \llcorner A$  Radon-Maß?
- Statement der Konvergenz-Lemmata (Fatou, monotone Konvergenz, dominierte Konvergenz)
- Limes-Integral-Berechnung mit den Konvergenz-Lemmata, Differenzieren unter dem Integral
- Rechnung mit der Polarkoordinaten-Formel für radiale Funktionen